## Глава 6. Расчет линейных цепей в области комплексной переменной

§1. Постановка задачи. Назначение метода. Понятие обобщенного сигнала, комплексной амплитуды и комплексной частоты.

Постановка задачи заключается в том, чтобы разработать метод, который позволяет формализовать поиск только вынужденной составляющей полного решения в том случае, когда на входе цепи действует постоянный, экспоненциальный, гармонический сигнал или сигнал, представляющий их комбинацию.

Понятие обобщенного сигнала.



В силу линейности цепи, реакция не может содержать ничего другого, кроме того, что на входе.



С целью формализации последующих преобразований представим сигнал в другом виде.



Сигнал и реакция описаны одной комплексной частотой.

Постановка задачи анализа линейных цепей в s-области.

Для поиска вынужденной составляющей полной реакции цепи при действии на линейную цепь обобщенного сигнала необходимо построить формулы, которые позволят найти комплексную амплитуду реакции по заданной комплексной амплитуде входного сигнала при известной комплексной частоте.

§2. Законы Ома для элементов цепи и постулаты Кирхгофа для элементов структуры цепи в s-области.

Резистор.



Индуктивность.



Емкость.



Так же как и для индуктивности уравнение Ома алгебраизовалось и распалось на два: амплитуды и разности фаз.

Постулаты Кирхгофа.



§3. Процедура расчета вынужденных режимов в линейных цепях в области комплексной переменной s с помощью комплексных схем замещения.

1. Для входных сигналов формируют их комплексные амплитуды и комплексную частоту
2. Все элементы цепи заменяют комплексными сопротивлениями (проводимостями)
3. Полученную комплексную схему замещения описывают алгебраическими уравнениями Кирхгофа относительно комплексных амплитуд реакций, либо используют для расчета известные алгебраические методы
4. Найденные комплексные амплитуды реакций переводят в t-область
5. Полученную вынужденную составляющую полной реакции цепи (частное решение неоднородного дифференциального уравнения) подставляют в исходное уравнение динамики и обращают его в тождество

Примечание.

Метод комплексных амплитуд можно применять только тогда, когда комплексная частота не совпадает с модулем какого-либо из корней характеристического уравнения, поскольку в этом случае изменяется вид частного решения и оно перестает быть обобщенным сигналом.

§4. Процедура расчета линейных цепей в комплексной области с помощью уравнений Кирхгофа или уравнений состояния.

Расчет при помощи уравнений Кирхгофа.

В t-области 

Глядя на уравнение для цепи можно увидеть, что при преобразовании сигналов в комплексные амплитуды одновременно преобразуется 

Описав цепь интегрально дифференциальным уравнением Кирхгофа можно чисто формально переписать его в s-области , получив в результате алгебраическое уравнение в комплексной области относительно комплексных амплитуд, которое далее решают обычным образом.

Расчет при помощи уравнений состояния.



§5. Понятие комплексных функций цепи. Связь комплексной функции цепи с дифференциальным уравнением ее динамики.

КФЦ - Называется отношение комплексной амплитуды какой-либо из ее реакций к комплексной амплитуде входного сигнала.



Связь КФЦ с ду динамики.

В силу алгебраизации дифференциальных уравнений динамики, уравнение цепи в s-области содержит характеристический полином. С другой стороны, комплексная функция цепи, будучи по определению отношением комплексных амплитуд, в то же время есть функция параметров цепи и комплексной частоты, следовательно, записав КФЦ, из нее можно извлечь характеристический полином, не составляя дифференциального уравнения динамики.

R1

R2

C

L

R1

R2

sL

1/sC

Характер источника неопределен.

Для того, чтобы записать ДУ цепи, сформировать характеристическое уравнение, запишем, например, КФЦ 



Если на входе действует ИН , то в свободном режиме  или А(λ)=0.

Если .

В итоге приходим к выводу, что метод комплексных амплитуд годится не только для поиска вынужденной составляющей, но также и для нахождения корней характеристического полинома, описывающих свободную составляющую.

§6. Процедура расчета переходного процесса в линейных цепях в области s.

1. Для входного обобщенного сигнала записывают его комплексную амплитуду и комплексную частоту.
2. Анализируемую цепь замещают, например, ее комплексной схемой.
3. Используя какой-либо из методов расчета, находим КФЦ.
4. В зависимости от вида источника входного сигнала, используя числитель или знаменатель этой функции, формируем характеристическое уравнение цепи, решаем его, находим корни.
5. Убедившись, что ни один из корней характеристического уравнения не совпадает с комплексной частотой входного сигнала, обычным образом, например с помощью одного из методов расчета, находим комплексную амплитуду реакции и переводим результат в t-область, формируя, таким образом, вынужденную составляющую искомой реакции.
6. На основании вида найденных корней характеристического уравнения формируем в общем виде свободную составляющую полной реакции.
7. Обычным образом анализируем цепь до коммутации, находим предначальные условия и по правилу коммутации начальные условия.
8. Обычным образом формируем алгебраическую систему уравнений относительно постоянных интегрирования и решаем ее
9. Проверка.

§7. Расчет линейных цепей в установившемся гармоническом режиме.



Постановка задачи. Дополнительные сведения. Законы Ома и Кирхгофа в области мнимой переменной .



Действующим называется такое значение постоянного сигнала, который будучи приложенным к резистору с сопротивлением R за время равное периоду вызовет в нем такую же потерю энергии, что и периодический сигнал.



Законы Ома.

Резистор.



Индуктивность.



В индуктивности напряжение опережает ток на π/2.

Емкость.



В емкости ток опережает напряжение на π/2.

§8. Частотные характеристики RL и RC цепей.

Постановка задачи. Дополнительные определения.

Изучить изменение реакции цепи при изменении входного сигнала.



Если зафиксировать амплитуду и фазу, а частоту менять, то в реакции амплитуда и фаза изменятся.

Различают следующие частотные зависимости:



Частотные характеристики RL-цепи (последовательной).



Zbx

ω

ω

1

ωL

R

φ

π/2

R

годограф АФХ

j

Частотные характеристики RC-цепи (последовательной).



Zbx

ω

ω

1

R

φ

-π/2

R

годограф АФХ

j

У всех RL-цепей АЧХ с ростом частоты растет, ФЧХ всюду неотрицательна.

Для всех RC-цепей АЧХ с ростом частоты убывает, ФЧХ всюду неположительна.

Если составить RLC-цепь, то достаточно очевидно, что эти свойства должны переходить друг в друга: изменение знака фазы и возрастание / убывание АЧХ. Это означает, что в RLC-цепях должны произойти качественные изменения реакции.

§9. Частотные характеристики RLC-цепей. Резонанс в простых колебательных контурах.

Понятие электрического резонанса.

Резонанс – это то состояние цепи, которое возникает, когда ФЧХ цепи скачком или плавно переходит через 0.

Исследование частотных характеристик последовательного RLC-контура и резонанса в нем.



Zbx

ω

ω

1

ωL

R

φ

π/2

R

ω→∞

j

ω0

-π/2

ω0

Z

ω

R

ω0

X

ω

ω0

ωL

ω→0

ω0

Резонанс.



Zbx

ω

ωL

R

ω0

RCэ

RLэ



Для того чтобы понять энергетический смысл происходящих при резонансе процессов, выпишем мгновенные значения энергии в индуктивности и емкости.



Полученный результат говорит о том, что в режиме резонанса реактивные элементы обмениваются энергией между собой и не обмениваются энергией с источником.

Для последовательного RLC-контура явление также называется резонансом напряжений, для параллельного – резонансом токов.

Заключение.

Метод комплексных амплитуд, предназначенный для поиска только вынужденной составляющей полной реакции цепи при действии на цепь только обобщенного сигнала может быть также распространен на поиск корней характеристического полинома, описывающих свободную составляющую, и не обязательно при действии обобщенного сигнала. В частном случае при действии на цепь гармонических сигналов метод комплексных амплитуд позволяет исследовать частотные свойства цепи, в том числе и чрезвычайно важные энергетические свойства.